Sommes

1) Simplifier

$$\sum_{i=0}^{n} X_{i+1} - X_i$$

2) Montrer que

$$x^n - \alpha^n = (x - \alpha) \sum_{k=0}^{n-1} x^{n-1-k} \alpha^k$$

3) Soit P, un polynôme

$$P(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i$$

On admettra les deux théorèmes suivants :

La somme de deux polynômes est un polynôme

Le produit d'un polynôme par une constante est un polynôme

Montrer que

$$P(x) - P(\alpha) = (x - \alpha) Q(x)$$

On appelle ça le théorème de Gauss

4) Montrer que

$$\forall n \in \mathbb{N} \left(\sum_{k=0}^{n} k \right) \geq 0$$

5) Exprimez sous forme directe

$$\sum_{k=0}^{n} k$$

Limites

1) Soit

$$f(x) = 1 - e^{-x}$$

   a) Montrer que f est croissante
   b) Montrer que f admet un majorant
   c) En déduire que f a une limite que vous donnerez

2) Discuter en fonction des cas de l'existence et la valeur de

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x^2+m}-1}{x}$$

3) Discuter l'existence et la valeur de

$$\lim_{x\to\infty} \mathrm{x} \cdot \sin(x)$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x}$$

$$\lim_{x\to\infty} x \cdot sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+1}{x}$$

$$\lim_{x\to-\infty} 2+\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)\to 0}{g(x)\to+\infty}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x-1}$$